数理解析研究所講究録
第 899 巻 1995 年 121-124

四隣接領域を結ぶ交通網の最適利用とその効率

愛知大学　玉置光司(Mitsushi Tamaki)　有澤健治(Kenji Arisawa)
神頭広好(Hiroyoshi Kozu)　相良信子(Nobuko Sagara)

1。はじめに

図1のような、四隣接領域A，B，C，Dを考える。各領域は、それぞれ一辺の長さがaの正方領域である。従来、領域間の移動は徒歩に限られていたが、各領域の中心を結ぶ鉄道網が新設され、必要に応じて、この鉄道を利用することができるようになつた。各領域の中心がターミナル（駅）で、鉄道利用者はここで乗り降りする。簡単のため、領域間の移動手段をこの２つ（徒歩と鉄道）に限定する。本稿の目的は、出発点と到達点に依存して、最適な移動手段を求めることと、鉄道の効率（徒歩だけの場合に比べての時間短縮率）を調べることである。

位置関係の対称性から

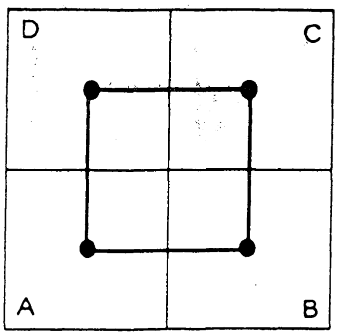
[I]　　A－領域からB－領域へ移動する場合
[II]　A－領域からC－領域へ移動する場合

を調べれば十分である。徒歩速度を１、鉄道の速度をv（＞１）とする。徒歩による移動距離の測定には、rectilinear距離を用いる。ただし、平面座標上の２点$P(x_1, y_1)$，$Q(x_2, y_2)$間のrectilinear 距離は

$$|x_2 - x_1| + |y_2 - y_1|$$

で定義される。

図 1



2。最適移動手段

[I] の場合は既に三浦［1］，[2]により調べられているので、彼等の結果を、定理１にまとめる。以降の議論では、A－領域の左端を、座標原点に取り、横軸をx軸、縦軸をy軸とする。そして出発点の座標を(x_1, y_1)、到達点の座標を(x_2, y_2)で表わす。[I] の場合、移動手段は次の２つである。

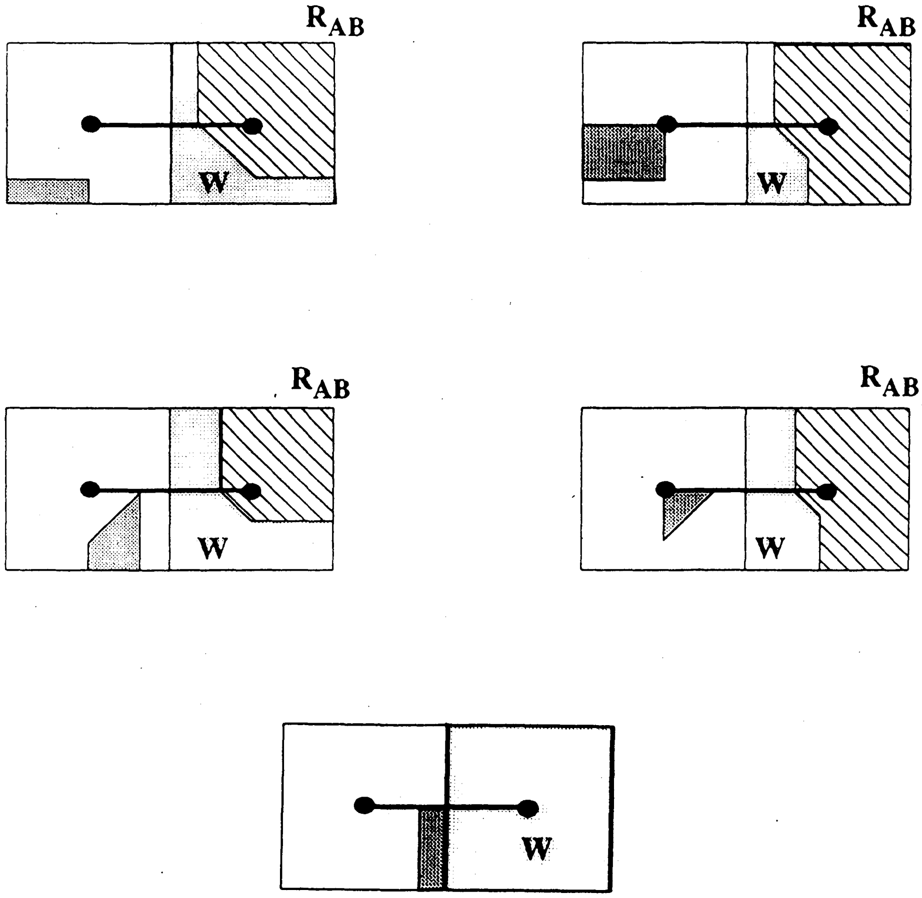
W　：　出発点から到達点まで徒歩で移動する。
R_{AB}　：　A－駅からB－駅まで鉄道を利用する。

対称性より、$0 \le x_1 \le a$, $0 \le y_1 \le a/2$ の範囲で考えれば十分である。

定理１（Ａ－領域からＢ－領域への移動）

（i）最適移動手段

Ａ－領域の出発点(x_1, y_1)とＢ－領域の到達点(x_2, y_2)の両者に依存して最適な移動手段は下図のように５つのケースに分かれる。



（ii）領域間平均移動時間

最適移動手段の下でのＡ、Ｂ－領域間の平均移動時間$M_{AB}(v)$は次式で与えられる。

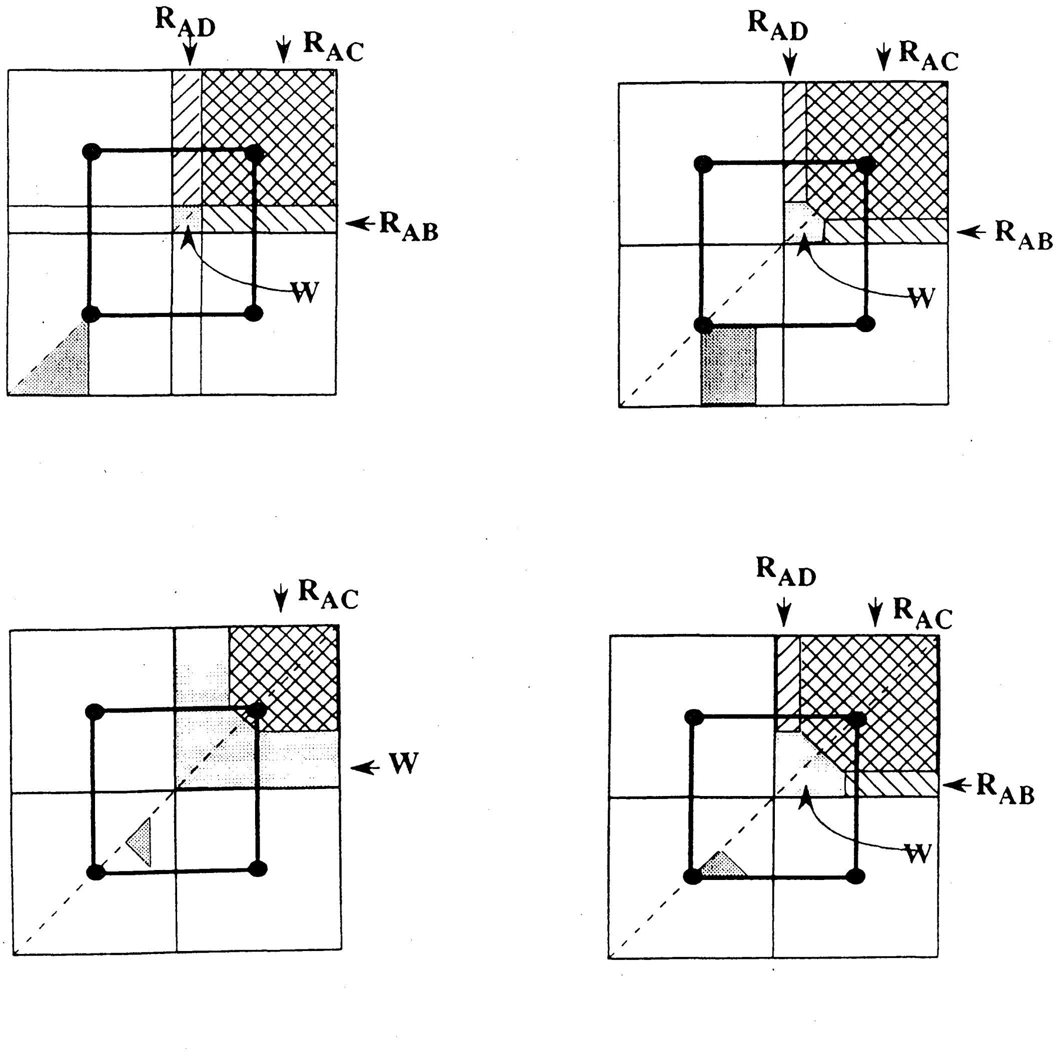
$$M_{AB}(v) = \left(\frac{109}{120} - \frac{1}{480v^5} + \frac{1}{48v^4} - \frac{17}{48v^2} + \frac{73}{96v}\right)a$$

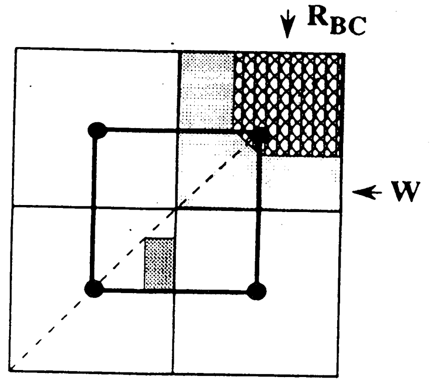
故に、

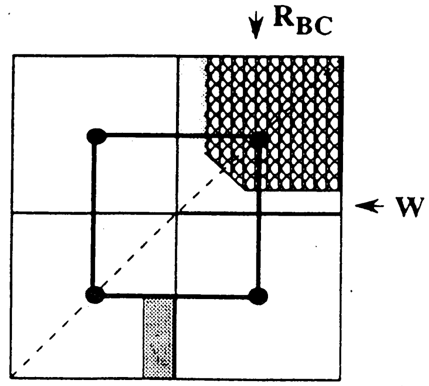
$$\frac{M_{AB}(\infty)}{M_{AB}(1)} = \frac{(109/120)a}{(4/3)a} = 0.68125.$$

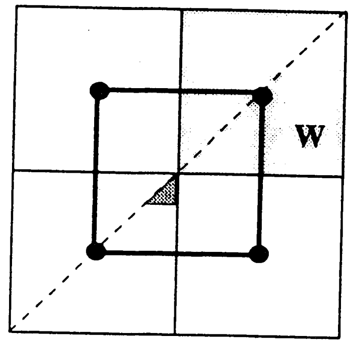
本稿の主題である［II］の場合に移ろう。この場合は移動手段として、前述、W、R_{AB}の他に R_{AC}, R_{AD}, R_{BC}, R_{DC} が考えられる。たとえば、R_{AC} はA－駅からC－駅まで鉄道を利用することを意味していて、A-B-CのルートとA-D-Cのルートがあるが、どちらを利用しても所要時間は同じである。また、対称性から、出発点(x_1, y_1) として $0 \le y_1 \le x_1$, $0 \le x_1 \le a$の範囲で考えれば十分であり、この場合、移動手段R_{DC}は明らかにR_{BC}に劣るので、選択されない。すなわち、鉄道利用としてはR_{AC}, R_{AD}, R_{BC}, R_{DC}だけを考慮すればよい。［II］の結果を、定理２にまとめる。

定理２（A－領域からC－領域への移動）
（i）最適移動手段
A－領域の出発点(x_1, y_1)とC－領域の到達点(x_2, y_2)の両者に依存して最適な移動手段は下図のように７つのケースに分かれる。









(ii) 領域間平均移動時間

最適移動手段の下でのA、C－領域間の平均移動時間$M_{AC}(v)$ は次式で与えられる。

$$M_{AC}(v) = \left(\frac{234}{240} + \frac{89}{48v} - \frac{25}{24v^2} + \frac{1}{4v^3} - \frac{1}{24v^4} + \frac{1}{240v^5}\right)a$$

故に、

$$\frac{M_{AC}(\infty)}{M_{AC}(1)} = 39/80 = 0.4875.$$

定理1、2より、求める効率Eは

$$E = \left(\frac{2}{3}\right)\left(\frac{M_{AB}(\infty)}{M_{AB}(1)}\right) + \left(\frac{1}{3}\right)\left(\frac{M_{AC}(\infty)}{M_{AC}(1)}\right) = 0.61667.$$

参考文献

[1] 三浦英俊(1992): 鉄道を有する隣り合う2つの正方領域間の平均移動距離。第27回SSOR予稿集、pp. 161-164.

[2] 三浦英俊、腰塚武志(1993): 格子状鉄道網を有するク形領域内の平均移動距離。日本OR学会春季発表会アブストラクト集, pp. 36-37.